**Поток событий. Простейший поток и его свойства**

Для математического описания марковского случайного процесса с дискретными  состояниями  и  непрерывным  временем, протекающего в СМО, познакомимся с одним из важных понятий теории вероятностей – понятием потока событий.

Под *потоком событий* понимается последовательность однородных событий, следующих одно за другим в какие-то случайные моменты времени (например, поток вызовов на телефонной станции, поток отказов ЭВМ, поток покупателей и т.п.).

Поток характеризуется *интенсивностью l* – частотой появления событий или средним числом событий, поступающих в СМО в единицу времени.

Поток событий называется *регулярным,*если события следуют одно за другим через определенные равные промежутки времени. Например, поток изделий на конвейере сборочного цеха (с постоянной скоростью движения) является регулярным.

Поток событий называется *стационарным,*если его вероятностные характеристики не зависят от времени. В частности, интенсивность стационарного потока есть величина постоянная: *l(t) = l.* Например, поток автомобилей на городском проспекте не является стационарным в течение суток, но этот поток можно считать стационарным в течение суток, скажем, в часы пик. Обращаем внимание на то, что в последнем случае фактическое число проходящих автомобилей в единицу времени (например, в каждую минуту) может заметно отличаться друг от друга, но среднее их число будет постоянно и не будет зависеть от времени.

Поток событий называется *потоком без последействия,* если для любых двух непересекающихся участков времени t1 и t2 – число событий, попадающих на один из них, не зависит от числа событий, попадающих на другие. Например, поток пассажиров, входящих в метро, практически не имеет последействия. А, скажем, поток покупателей, отходящих с покупками от прилавка, уже имеет последействие (хотя бы потому, что интервал времени между отдельными покупателями не может быть меньше, чем минимальное время обслуживания каждого из них).

Поток событий называется *ординарным,*если вероятность попадания на малый (элементарный) участок времени Dt двух и более событий пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания одного события. Другими словами, поток событий ординарен, если события появляются в нем поодиночке, а не группами. Например, поток поемов, подходящих к станции, ординарен, а поток вагонов не ординарен.

Поток событий называется *простейшим (*или *стационарным пуассоновским), если он одновременно стационарен, ординарен и не имеет последействия.* Название "простейший" объясняется тем, что СМО с простейшими потоками имеет наиболее простое математическое описание. Заметим, что регулярный поток не является "простейшим", так как он обладает последействием: моменты появления событий в таком потоке жестко зафиксированы.

Простейший поток в качестве предельного возникает в теории случайных процессов столь же естественно, как в теории вероятностей нормальное распределение получается в качестве предельного для суммы случайных величин: *при наложении (суперпозиции) достаточно большого числа n независимых, стационарных и ординарных потоков (сравнимых между собой по интенсивностям* *li* *(i=1,2, ..., п) получается поток, близкий к простейшему с интенсивностью l*, *равной сумме интенсивностей входящих потоков,*т.е.

https://math.semestr.ru/cmo/images/c1_image002.gif

Рассмотрим на оси времени Ot(рис. 1) простейший поток событий как неограниченную последовательность случайных точек.

https://math.semestr.ru/cmo/images/c1_image003.jpg

Рисунок 1

Можно показать, что для простейшего потока число *т*событий (точек), попадающих на произвольный участок времени t, распределено по *закону Пуассона*

https://math.semestr.ru/cmo/images/c1_image004.gif, (1)

для которого математическое ожидание случайной величины равно ее дисперсии: *a =s2 =lt.*  
В частности, вероятность того, что за время t не произойдет ни одного события (m = 0), равна

https://math.semestr.ru/cmo/images/c1_image005.gif (2)

Найдем распределение интервала времени *Т*между произвольными двумя соседними событиями простейшего потока.

Т.к. вероятность того, что на участке времени длиной t не появится ни одного из последующих событий, равна

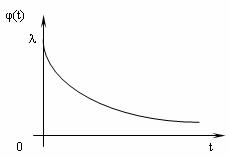
https://math.semestr.ru/cmo/images/c1_image006.gif (3)

а вероятность противоположного события, т.е. функция распределения случайной величины *Т,*есть

https://math.semestr.ru/cmo/images/c1_image007.gif  (4)

Плотность вероятности случайной величины есть производная ее функции распределения (рис. 2), т.е.

https://math.semestr.ru/cmo/images/c1_image008.gif  (5)

  
Рисунок 2

Распределение, задаваемое плотностью вероятности (5) или функцией распределения (4), называется *показательным* (или *экспоненциальным).* Таким образом, интервал времени между двумя соседними произвольными событиями имеет показательное распределение, для которого математическое ожидание равно среднему квадратическому отклонению случайной величины

https://math.semestr.ru/cmo/images/c1_image010.gif  (6)

и обратно по величине интенсивности потока *l*.

Важнейшее свойство показательного распределения (присущее только показательному распределению) состоит в следующем: если промежуток времени, распределенный по показательному закону, уже длился некоторое время t, то это никак не влияет на закон распределения оставшейся части промежутка (T-t): он будет таким же, как и закон распределения всего промежутка Т.

Другими словами, для интервала времени Тмежду двумя последовательными соседними событиями потока, имеющего показательное распределение, любые сведения о том, сколько времени протекал этот интервал, не влияют на закон распределения оставшейся части. Это свойство показательного закона представляет собой, в сущности, другую формулировку для "отсутствия последействия" – основного свойства простейшего потока.

Для простейшего потока с интенсивностью *l* вероятность попадания на *элементарный (малый)* отрезок времени *Dt* хотя бы одного события потока равна согласно (4)

https://math.semestr.ru/cmo/images/c1_image011.gif  (7)

Эта приближенная формула, получаемая заменой функции *e-lDt*лишь двумя первыми членами ее разложения в ряд по степеням *Dt*, тем точнее, чем меньше *Dt*.